МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра «Програмна інженерія та інформаційні технології управління»

Індивідуальне домашнє завдання

з дисципліни «Додаткові розділи методів дослідження операцій»

Виконав:

Студент групи КН-416а

Бодня Є.В

Перевірив:

Гужва В. О.

Харків – 2020

**Задание №1**

Решить задачу целочисленного программирования методом Гомори.

Найти

при условиях

Отбрасываем условия целочисленности и решаем полученную задачу с использованием метода последовательного улучшения плана.

Для этого приведем задачу к каноническому виду:

при условиях

Общие формулы пересчета таблицы имеют вид:

Заполним симплекс таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 |  |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 |  |
| Итерация 1 | | | | | | | | |
| 1 | 0 |  | 8 | 3 | 2 | 1 | 0 | 4 |
| 2 | 0 |  | 10 | 1 | 4 | 0 | 1 |  |
| 3 |  |  | 0 | 3 | 4 | 0 | 0 |  |
| Итерация 2 | | | | | | | | |
| 1 | 0 |  | 3 |  | 0 | 1 |  |  |
| 2 | 4 |  |  |  | 1 | 0 |  | 10 |
| 3 |  |  | 10 | 2 | 0 | 0 | 1 |  |
| Итерация 3 | | | | | | | | |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 |  |  |  |
| 2 | 4 |  |  | 0 | 1 |  |  |  |
| 3 |  |  |  | 0 | 0 |  |  |  |

Все компоненты , в все компоненты положительные, следовательно оптимальный план найден. Оптимальный план:

Он не целочисленный так, как

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По первому уравнению с переменной , получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью , составляем дополнительное ограничение:

Дополнительное ограничение имеет вид:

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

Поскольку двойственный симплекс-метод используется для поиска минимума целевой функции, делаем преобразование

Симплекс таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 |  |  | 0 |
| 2 | 4 |  |  | 0 | 1 |  |  | 0 |
| 3 | 0 |  |  | 0 | 0 |  |  | 1 |
| 4 |  |  |  | 0 | 0 |  |  | 0 |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверка критерия оптимальности: план в симплексной таблице является псевдопланом, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Определение новой свободной переменной: среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю; ведущей будет третья строка, а переменную следует вывести из базиса.

Определение новой базисной переменной: минимальное значение соответствует четвертому столбцу, т. е. переменную необходимо ввести в базис; на пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент, равный .

Пересчет симплекс таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 |  | 0 |  |
| 2 | 4 |  |  | 1 | 0 |  | 0 |  |
| 3 | 0 |  |  | 0 | 0 |  | 1 |  |
| 4 |  |  |  | 0 | 0 |  | 0 |  |

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По первому уравнению с переменной , получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью , составляем дополнительное ограничение:

Дополнительное ограничение имеет вид:

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

Симплекс таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 |  | 0 |  | 0 |
| 2 | 4 |  |  | 0 | 1 |  | 0 |  | 0 |
| 3 | 0 |  |  | 0 | 0 |  | 1 |  | 0 |
| 4 | 0 |  |  | 0 | 0 |  | 0 |  | 1 |
| 5 |  |  |  | 0 | 0 |  | 0 |  | 0 |
| 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверка критерия оптимальности: план в симплексной таблице является псевдопланом, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Определение новой свободной переменной: среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю; ведущей будет четвертая строка, а переменную следует вывести из базиса.

Определение новой базисной переменной: минимальное значение соответствует пятому столбцу, т. е. переменную необходимо ввести в базис; на пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент, равный .

Пересчет симплекс таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 |  | 0 | 0 |  |
| 2 | 4 |  | 2 | 0 | 1 |  | 0 | 0 |  |
| 3 | 0 |  |  | 0 | 0 |  | 1 | 0 |  |
| 4 | 0 |  |  | 0 | 0 |  | 0 | 1 |  |
| 5 |  |  | –12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | –1 |

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По первому уравнению с переменной , получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью , составляем дополнительное ограничение:

Дополнительное ограничение имеет вид:

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

Симплекс таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 |  | 0 | 0 |  | 0 |
| 2 | 4 |  | 2 | 0 | 1 |  | 0 | 0 |  | 0 |
| 3 | 0 |  |  | 0 | 0 |  | 1 | 0 |  | 0 |
| 4 | 0 |  |  | 0 | 0 |  | 0 | 1 |  | 0 |
| 5 | 0 |  |  | 0 | 0 |  | 0 | 0 |  | 1 |
| 6 |  |  | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверка критерия оптимальности: план в симплексной таблице является псевдопланом, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Определение новой свободной переменной: среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю; ведущей будет пятая строка, а переменную следует вывести из базиса.

Определение новой базисной переменной: минимальное значение соответствует третьему столбцу, т. е. переменную необходимо ввести в базис; на пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент, равный .

Пересчет симплекс таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 |
| 1 | 3 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 4 |  |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |
| 3 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 2 |
| 4 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 |
| 5 | 0 |  |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |  |
| 6 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По второму уравнению с переменной , получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью , составляем дополнительное ограничение:

Дополнительное ограничение имеет вид:

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

Симплекс таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
| 1 | 3 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 4 |  |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 |
| 3 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 2 | 0 |
| 4 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1 | 0 |
| 5 | 0 |  |  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |  |  |
| 6 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 1 |
| 7 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверка критерия оптимальности: план в симплексной таблице является псевдопланом, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Определение новой свободной переменной: среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю; ведущей будет шестая строка, а переменную следует вывести из базиса.

Определение новой базисной переменной: минимальное значение соответствует седьмому столбцу, т. е. переменную необходимо ввести в базис; на пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент, равный .

Пересчет симплекс таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
| 1 | 3 |  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 4 |
| 2 | 4 |  | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |  |
| 3 | 0 |  | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 8 |
| 4 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 4 |
| 5 | 0 |  | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |  |
| 6 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |
| 7 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверка критерия оптимальности: план в симплексной таблице является псевдопланом, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Определение новой свободной переменной: среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю; ведущей будет третья строка, а переменную следует вывести из базиса.

Определение новой базисной переменной: минимальное значение соответствует шестому столбцу, т. е. переменную необходимо ввести в базис; на пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент, равный .

Пересчет симплекс таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  |
| 2 | 4 |  |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  |
| 3 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 0 |  |
| 4 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  |
| 5 | 0 |  |  | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |  |
| 6 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |
| 7 |  |  |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  |

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По первому уравнению с переменной , получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью 2/3, составляем дополнительное ограничение:

Дополнительное ограничение имеет вид:

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

Симплекс таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| 2 | 4 |  |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| 3 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 | 0 |  | 0 |
| 4 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  | 0 |
| 5 | 0 |  |  | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| 6 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 |
| 7 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 1 |
| 8 |  |  |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверка критерия оптимальности: план в симплексной таблице является псевдопланом, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Определение новой свободной переменной: среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю; ведущей будет седьмая строка, а переменную следует вывести из базиса.

Определение новой базисной переменной: минимальное значение соответствует четвертому столбцу, т. е. переменную необходимо ввести в базис; на пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент, равный .

Пересчет симплекс таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 |
| 1 | 3 |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| 2 | 4 |  | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| 3 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |  |  |
| 4 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |  |  |
| 5 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| 6 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 |
| 7 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| 8 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |

Решение получилось целочисленным. Нет необходимости применять метод Гомори. Все компоненты , в все компоненты положительные, следовательно оптимальный план найден. Оптимальный план:

**Задание №2**

Решить задачу целочисленного программирования методом ветвей и границ.

Найти

при условиях

Отбрасываем условия целочисленности и решаем полученную задачу с использованием метода последовательного улучшения плана.

Для этого приведем задачу к каноническому виду:

при условиях

Общие формулы пересчета таблицы имеют вид:

Заполним симплекс таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | C | 3 | 4 | 0 | 0 |  |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 |  |
| Итерация 1 | | | | | | | | |
| 1 | 0 |  | 8 | 3 | 2 | 1 | 0 | 4 |
| 2 | 0 |  | 10 | 1 | 4 | 0 | 1 |  |
| 3 |  |  | 0 | 3 | 4 | 0 | 0 |  |
| Итерация 2 | | | | | | | | |
| 1 | 0 |  | 3 |  | 0 | 1 |  |  |
| 2 | 4 |  |  |  | 1 | 0 |  | 10 |
| 3 |  |  | 10 | 2 | 0 | 0 | 1 |  |
| Итерация 3 | | | | | | | | |
| 1 | 3 |  |  | 1 | 0 |  |  |  |
| 2 | 4 |  |  | 0 | 1 |  |  |  |
| 3 |  |  |  | 0 | 0 |  |  |  |

Все компоненты , в все компоненты положительные, следовательно оптимальный план найден. Оптимальный план:

Оптимальное значение переменной оказалось нецелочисленным. Разбиваем ЗЛП №1 на две подзадачи: ЗЛП №2 и ЗЛП №3.

К условиям ЗЛП №2 добавим условие

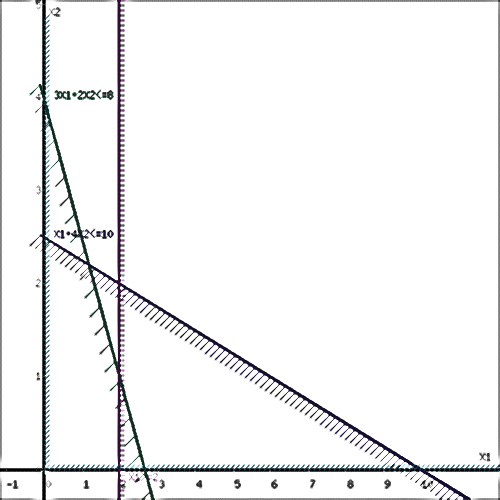
К условиям ЗЛП №3 добавим условие

Проводится ветвление по переменной

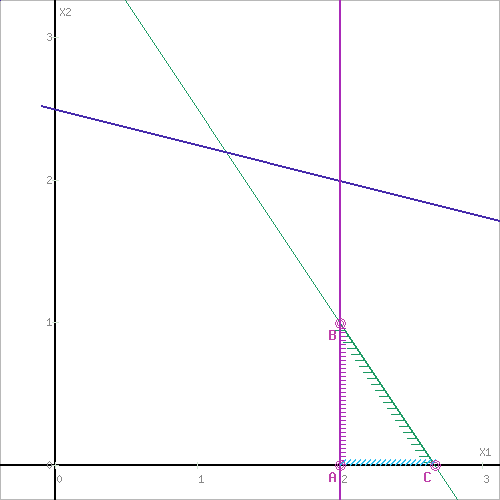
Решим графически задачу ЛП №2:

при условиях

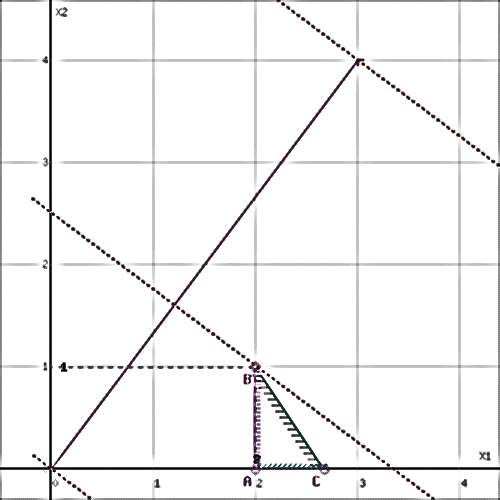
Запишем уравнения граничных прямых и построим их на плоскости :



Выделив область решения каждого неравенства системы ограничений, получим многоугольник допустимых решений ЗЛП.



Построим основную прямую L = 0, то есть , проходящую через начало координат O(0, 0) перпендикулярно вектору c(3; 4).



На рисунке видно, что областью допустимых решений является треугольник ABC.

Перемещая прямую L = 0 в направлении вектора c(3;4), находим максимальную точку B, в которой пересекаются прямые L1 и L3:

Решив систему уравнений, получим:

= 2, = 1.

Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Решение задачи получилось целочисленным. Новое значение текущего рекорда будет равно .

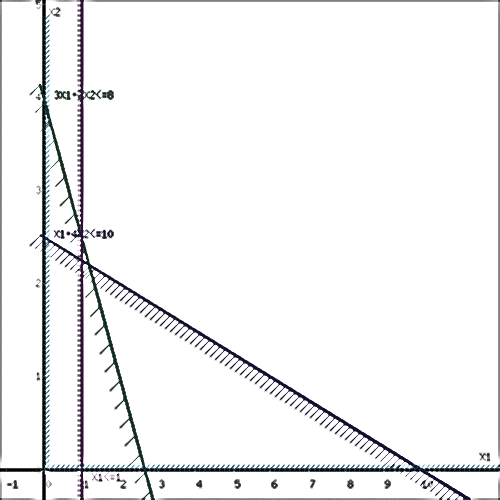
Так как найденная точка является первым целочисленным решением, то ее и соответствующее ей значение целевой функции следует запомнить. Сама точка называется текущим целочисленным рекордом или просто рекордом, а оптимальное значение целочисленной задачи – текущим значением рекорда.

Это значение является нижней границей оптимального значения исходной задачи Z\*.

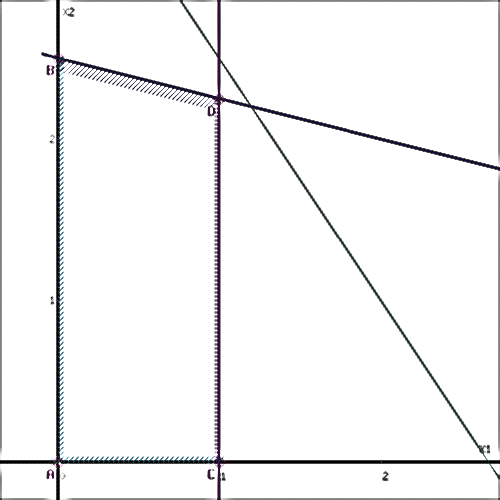
Решим графически задачу ЛП №3:

при условиях

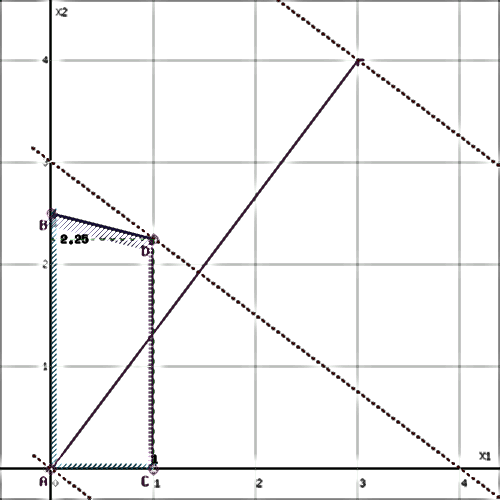
Запишем уравнения граничных прямых и построим их на плоскости :



Выделив область решения каждого неравенства системы ограничений, получим многоугольник допустимых решений ЗЛП.



Построим основную прямую L = 0, то есть , проходящую через начало координат O(0, 0) перпендикулярно вектору c(3; 4).



На рисунке видно, что областью допустимых решений является многоугольник ABCD.

Перемещая прямую L = 0 в направлении вектора c(3; 4), находим максимальную точку D, в которой пересекаются прямые L2 и L3:

Решив систему уравнений, получим:

= 1, = 2.25.

Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

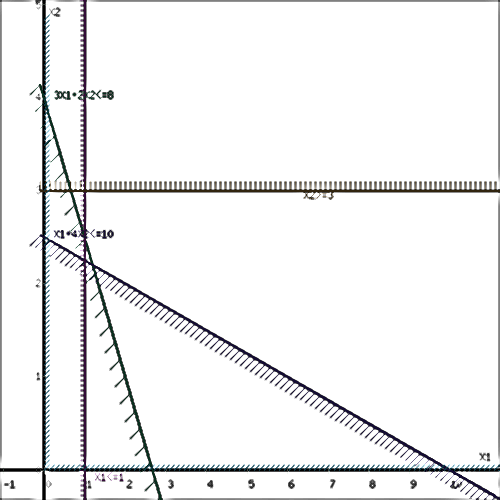
Решение задачи получилось нецелочисленным. Разбиваем задачу ЛП на две подзадачи: ЗЛП №4 и ЗЛП №5.

Решим графически ЗЛП №4:

при условиях

Запишем уравнения граничных прямых и построим их на плоскости :

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).

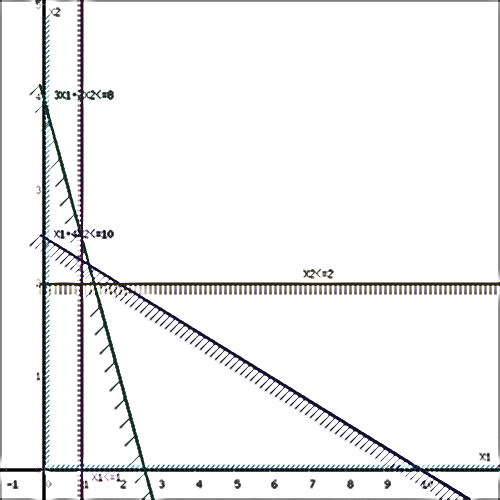


Задача не имеет допустимых решений, поэтому для нее процесс ветвления прерываем. Область допустимых решений представляет собой пустое множество. ЗЛП №4 не имеет решения, поэтому для нее процесс ветвления прерываем.

Решим графически ЗЛП №5:

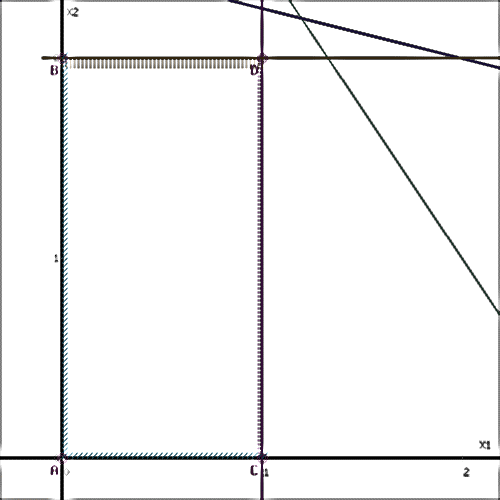
при условиях

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).



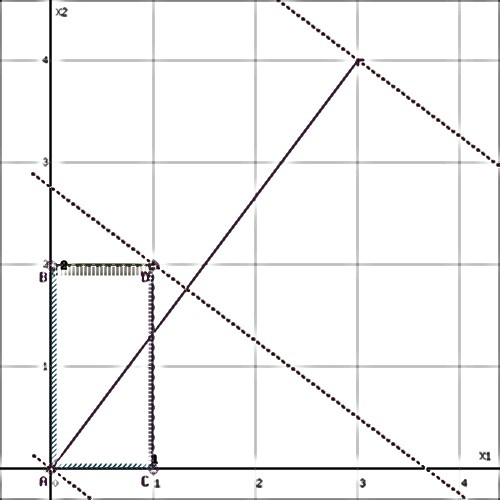
Границы области допустимых решений. Пересечением полуплоскостей будет являться область, координаты точек которого удовлетворяют условию неравенствам системы ограничений задачи.

Обозначим границы области многоугольника решений.



Рассмотрим целевую функцию задачи:

Построим прямую, отвечающую значению функции . Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации . Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (3;4). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует максимальное решение, поэтому двигаем прямую до последнего касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.



Прямая пересекает область в точке D. Так как точка D получена в результате пересечения прямых и , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Решение задачи получилось целочисленным. Новое значение текущего рекорда будет равно .

Оптимальное значение переменной оказалось нецелочисленным. Разбиваем ЗЛП №1 на две подзадачи: ЗЛП №6 и ЗЛП №7.

К условиям ЗЛП №6 добавим условие

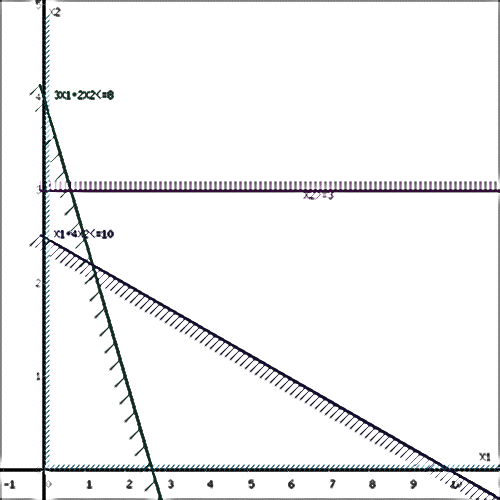
К условиям ЗЛП №7 добавим условие

Эта процедура называется ветвлением по переменной .

Решим графически ЗЛП №6:

при условиях

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).

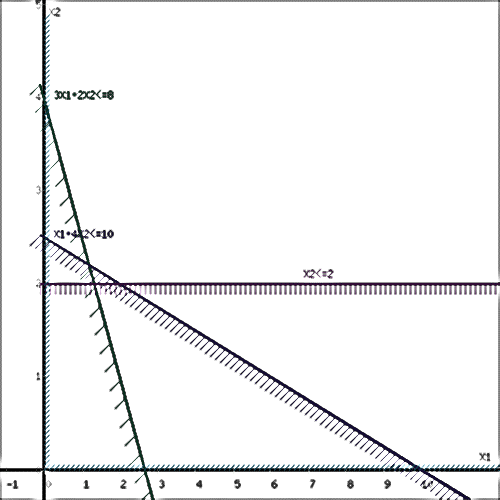


Задача не имеет допустимых решений, поэтому для нее процесс ветвления прерываем. ОДР представляет собой пустое множество.

Решим графически ЗЛП №7:

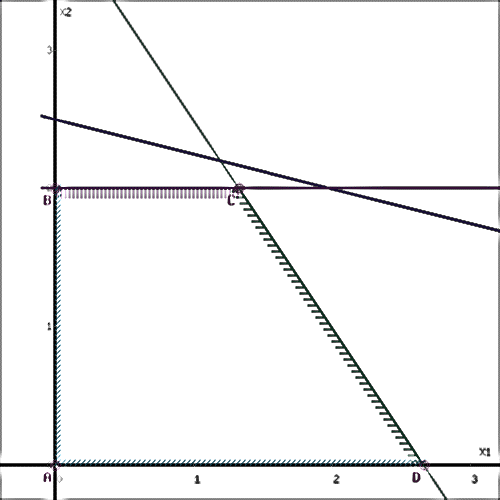
при условиях

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).



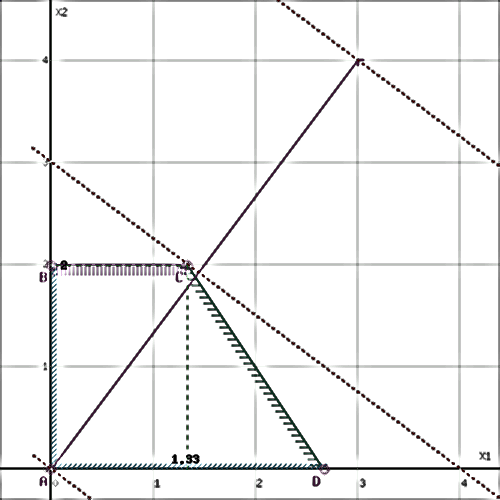
Границы области допустимых решений. Пересечением полуплоскостей будет являться область, координаты точек которого удовлетворяют условию неравенствам системы ограничений задачи.

Обозначим границы области многоугольника решений.



Рассмотрим целевую функцию задачи:

Построим прямую, отвечающую значению функции . Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации . Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (3;4). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует максимальное решение, поэтому двигаем прямую до последнего касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.



Прямая пересекает область в точке C. Так как точка C получена в результате пересечения прямых и , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Оптимальное значение переменной оказалось нецелочисленным.

Разбиваем ЗЛП №7 на две подзадачи: ЗЛП №8 и ЗЛП №9.

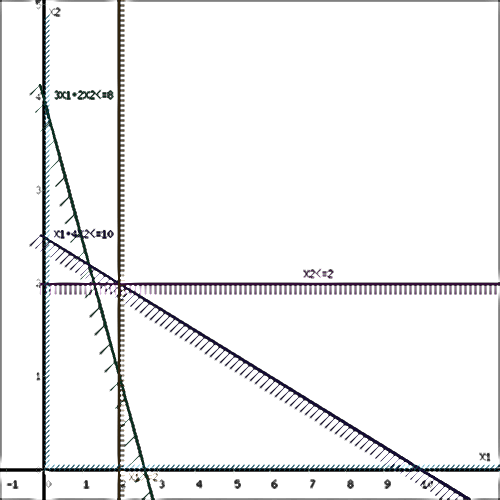
К условиям ЗЛП №8 добавим условие

К условиям ЗЛП №9 добавим условие

Решим графически ЗЛП №8:

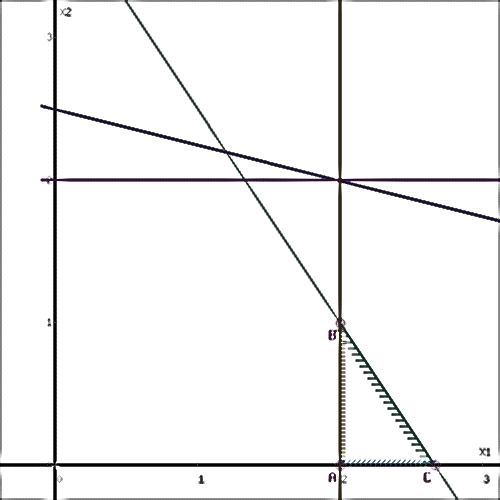
при условиях

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).



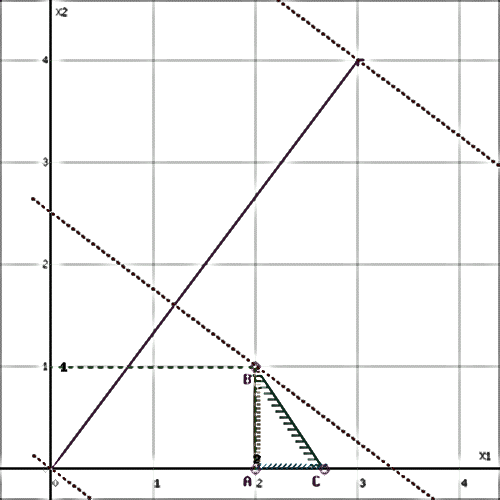
Границы области допустимых решений. Пересечением полуплоскостей будет являться область, координаты точек которого удовлетворяют условию неравенствам системы ограничений задачи.

Обозначим границы области многоугольника решений.



Рассмотрим целевую функцию задачи:

Построим прямую, отвечающую значению функции . Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации . Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (3;4). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует максимальное решение, поэтому двигаем прямую до последнего касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.



Прямая пересекает область в точке B. Так как точка B получена в результате пересечения прямых и , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

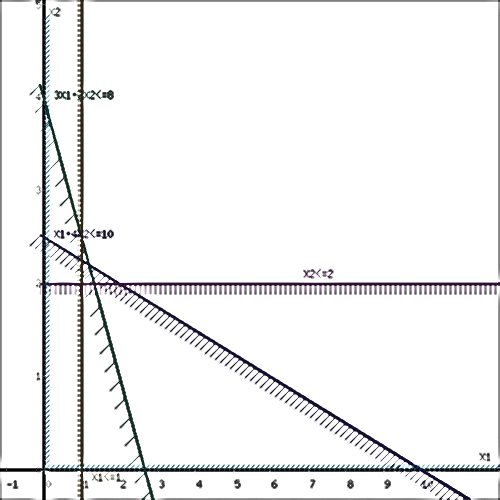
Решение задачи получилось целочисленным.

Полученное значение целевой функции , поэтому дальнейшее ветвление этой задачи не имеет смысла, так как ее область допустимых решений не может содержать лучшего целочисленного решения, чем уже найденный рекорд.

Решим графически ЗЛП №9:

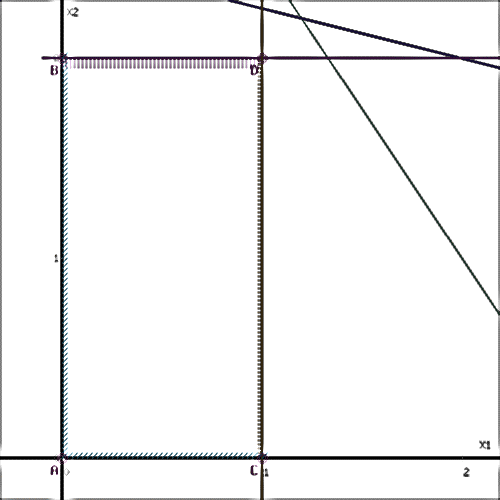
при условиях

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).



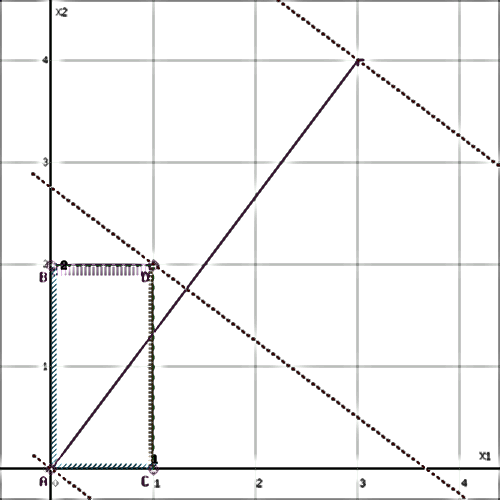
Границы области допустимых решений. Пересечением полуплоскостей будет являться область, координаты точек которого удовлетворяют условию неравенствам системы ограничений задачи.

Обозначим границы области многоугольника решений.



Рассмотрим целевую функцию задачи:

Построим прямую, отвечающую значению функции . Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации . Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (3;4). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует максимальное решение, поэтому двигаем прямую до последнего касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.



Прямая пересекает область в точке D. Так как точка D получена в результате пересечения прямых и , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Решение задачи получилось целочисленным.

Полученное значение целевой функции , поэтому дальнейшее ветвление этой задачи не имеет смысла, так как ее область допустимых решений не может содержать лучшего целочисленного решения, чем уже найденный рекорд.

Оптимальное значение переменной оказалось нецелочисленным.

Разбиваем ЗЛП №1 на две подзадачи: ЗЛП №10 и ЗЛП №11.

К условиям ЗЛП №10 добавим условие

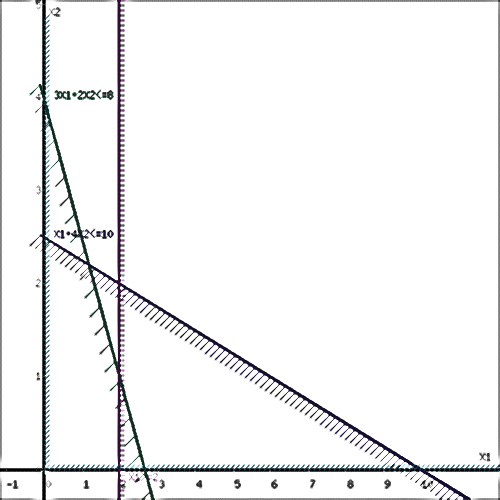
К условиям ЗЛП №11 добавим условие

Эта процедура называется ветвлением по переменной .

Решим графически ЗЛП №10:

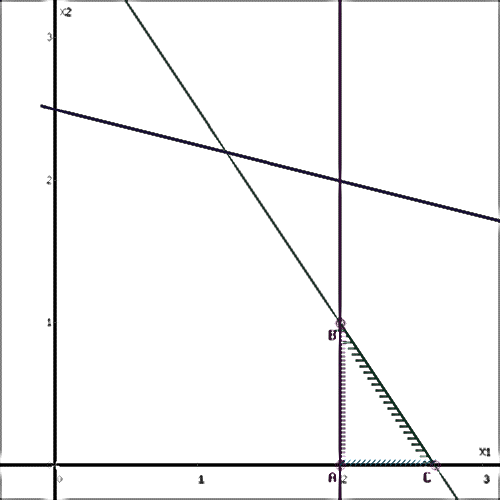
при условиях

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).



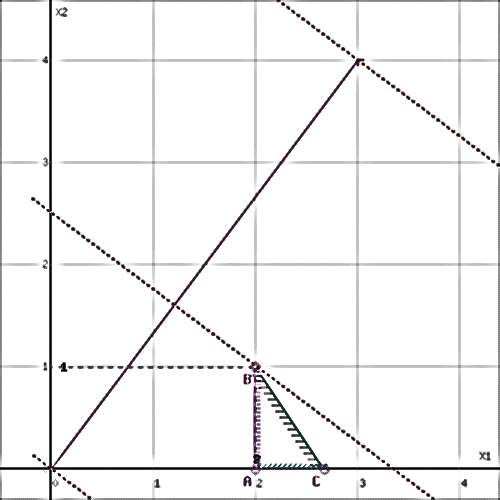
Границы области допустимых решений. Пересечением полуплоскостей будет являться область, координаты точек которого удовлетворяют условию неравенствам системы ограничений задачи.

Обозначим границы области многоугольника решений.



Рассмотрим целевую функцию задачи:

Построим прямую, отвечающую значению функции . Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации . Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (3;4). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует максимальное решение, поэтому двигаем прямую до последнего касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.



Прямая пересекает область в точке C. Так как точка C получена в результате пересечения прямых и , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

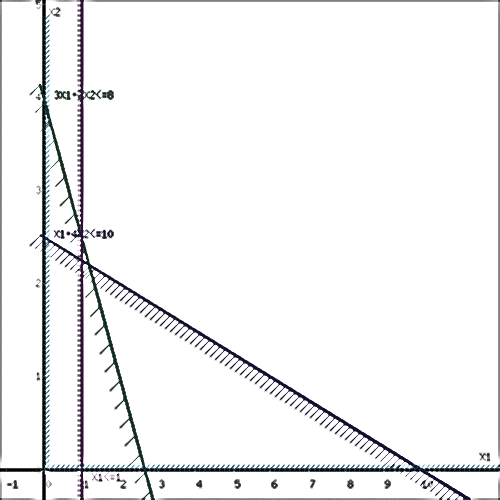
Решение задачи получилось целочисленным.

Полученное значение целевой функции , поэтому дальнейшее ветвление этой задачи не имеет смысла, так как ее область допустимых решений не может содержать лучшего целочисленного решения, чем уже найденный рекорд.

Решим графически ЗЛП №11:

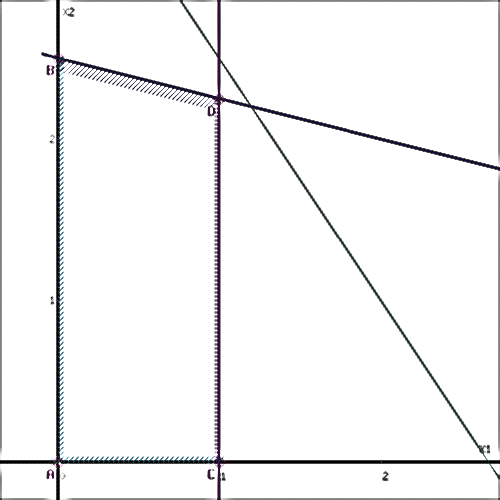
при условиях

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).



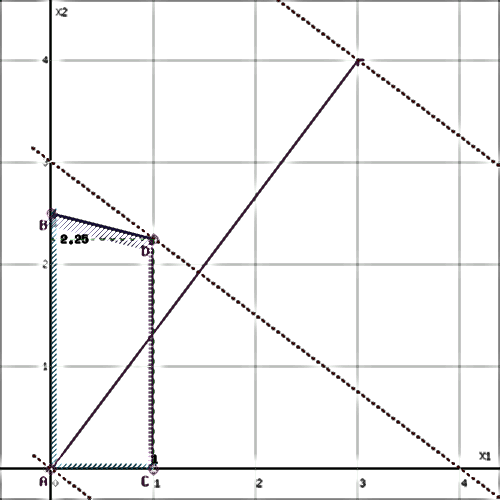
Границы области допустимых решений. Пересечением полуплоскостей будет являться область, координаты точек которого удовлетворяют условию неравенствам системы ограничений задачи.

Обозначим границы области многоугольника решений.



Рассмотрим целевую функцию задачи:

Построим прямую, отвечающую значению функции . Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации . Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (3;4). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует максимальное решение, поэтому двигаем прямую до последнего касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.



Прямая пересекает область в точке D. Так как точка D получена в результате пересечения прямых и , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Оптимальное значение переменной оказалось нецелочисленным.

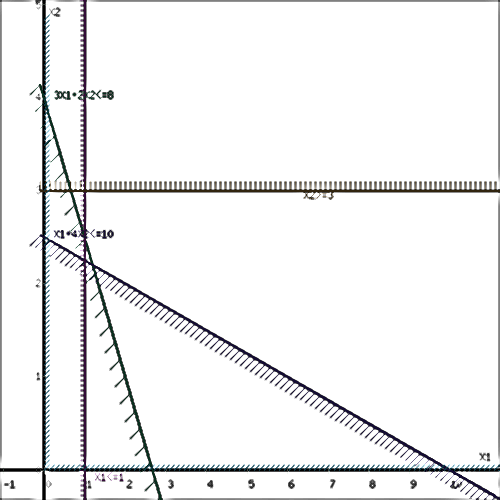
Разбиваем ЗЛП №11 на две подзадачи: ЗЛП №12 и ЗЛП №13.

К условиям ЗЛП №12 добавим условие

К условиям ЗЛП №13 добавим условие

Решим графически ЗЛП №12:

при условиях

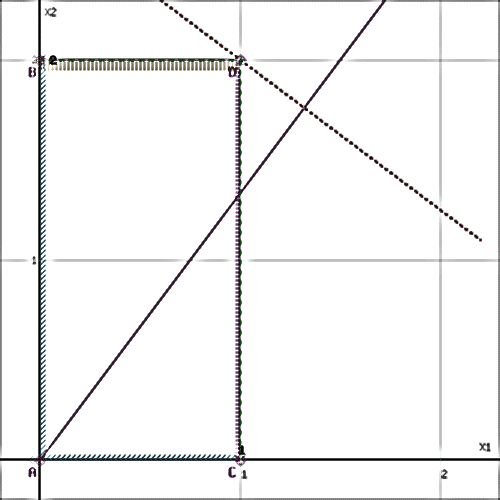


Задача не имеет допустимых решений. ОДР представляет собой пустое множество.

ЗЛП №12 не имеет решения, поэтому для нее процесс ветвления прерываем.

Решим графически ЗЛП №13:

при условиях



Прямая пересекает область в точке D. Так как точка D получена в результате пересечения прямыхи , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: = 1, = 2. Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Полученное значение целевой функции , поэтому дальнейшее ветвление этой задачи не имеет смысла, так как ее область допустимых решений не может содержать лучшего целочисленного решения, чем уже найденный рекорд.

Оптимальное значение переменной оказалось нецелочисленным.

Разбиваем ЗЛП №1 на две подзадачи: ЗЛП №14 и ЗЛП №15.

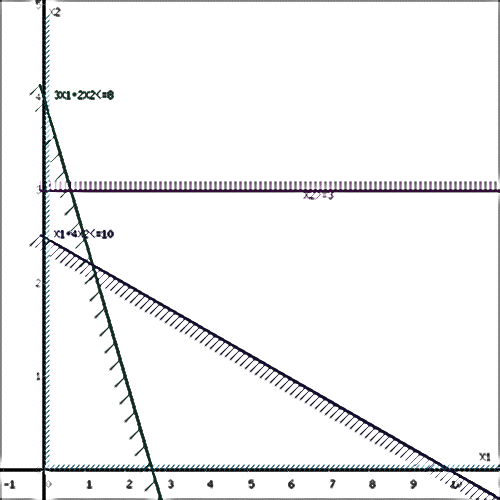
К условиям ЗЛП №14 добавим условие

К условиям ЗЛП №15 добавим условие

Эта процедура называется ветвлением по переменной .

Решим графически ЗЛП №14:

при условиях

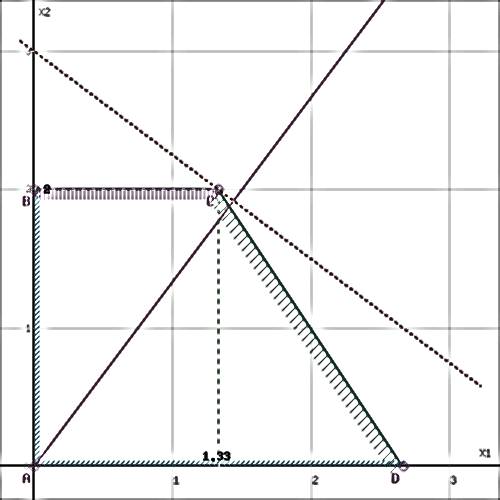


Задача не имеет допустимых решений. ОДР представляет собой пустое множество.

ЗЛП №14 не имеет решения, поэтому для нее процесс ветвления прерываем.

Решим графически ЗЛП №15:

при условиях



Прямая пересекает область в точке C. Так как точка C получена в результате пересечения прямыхи , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: = 1.33, = 2. Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Оптимальное значение переменной = 1.33 оказалось нецелочисленным.

Разбиваем ЗЛП №15 на две подзадачи: ЗЛП №16 и ЗЛП №17.

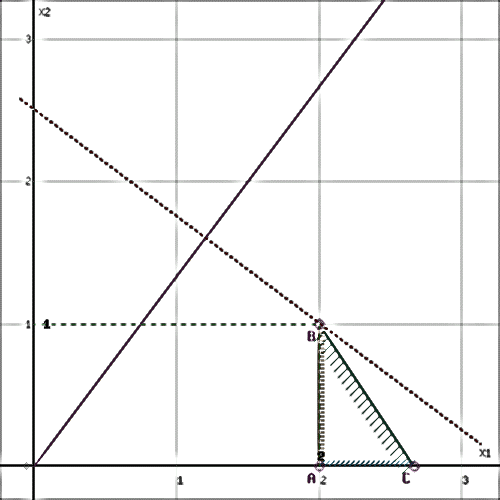
К условиям ЗЛП №16 добавим условие

К условиям ЗЛП №17 добавим условие

Эта процедура называется ветвлением по переменной .

Решим графически ЗЛП №16:

при условиях



Прямая пересекает область в точке B. Так как точка B получена в результате пересечения прямыхи , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

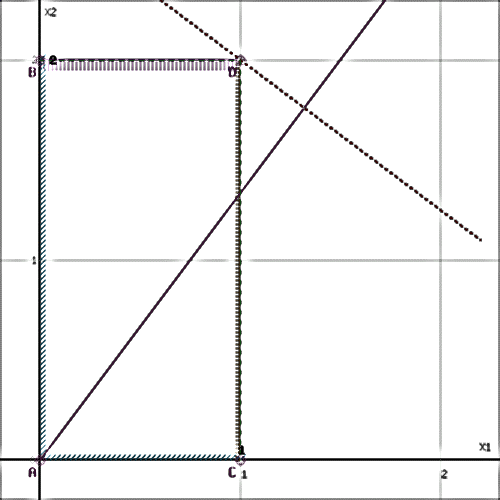
Решив систему уравнений, получим: = 2, = 1. Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Решение задачи получилось целочисленным.

Полученное значение целевой функции , поэтому дальнейшее ветвление этой задачи не имеет смысла, так как ее область допустимых решений не может содержать лучшего целочисленного решения, чем уже найденный рекорд.

Решим графически ЗЛП №17:

при условиях



Прямая пересекает область в точке D. Так как точка D получена в результате пересечения прямыхи , то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

Решив систему уравнений, получим: = 1, = 2. Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

Решение задачи получилось целочисленным.

Полученное значение целевой функции , поэтому дальнейшее ветвление этой задачи не имеет смысла, так как ее область допустимых решений не может содержать лучшего целочисленного решения, чем уже найденный рекорд.

Оптимальный план: